

Fiche « heure de soutien en mathématiques »

Classe de sixième

Notion : Proportionnalité

Ressource réalisée par un groupe de travail inter-degré

1. Enjeux de la notion

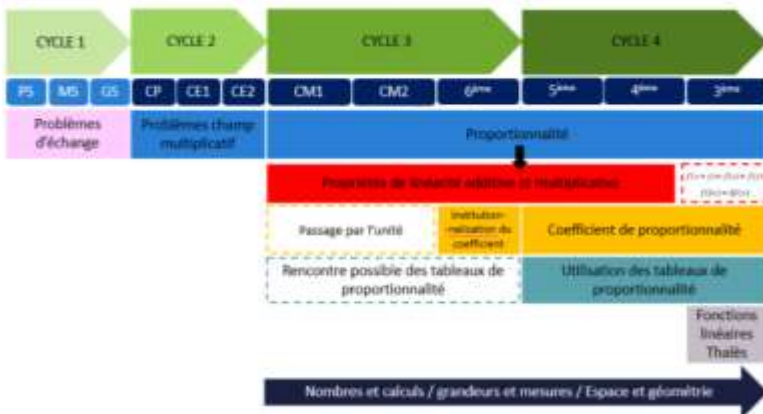
Pour un élève, construire le concept de proportionnalité c'est comprendre que le rapport entre deux grandeurs est constant. C'est une notion essentielle à la compréhension du monde et à la résolution de problèmes de vie concrets (échelle, prix au kg, etc.). Elle constitue la base de notions plus complexes comme les fonctions linéaires, l'homothétie, les triangles semblables ...

Il s'agit au cycle 3 de développer une expertise adaptative conduisant à mobiliser la stratégie la plus appropriée au contexte rencontré, en s'appuyant sur les propriétés mathématiques.

2. Progression

Progressivité

La construction de la notion de proportionnalité est un processus long et complexe qui est initié au cycle 1. Au long du cycle 2, la différence entre structures additives et multiplicatives nécessaire à la construction de ce concept est engagée. Au cycle 3, on vise l'étude et la formalisation des procédures de linéarité et du passage par l'unité.



En pointillé : procédure qui peut être proposée par un élève lors de la résolution d'un problème mais qui ne fait pas l'objet d'un apprentissage spécifique.

Progression de la séquence de soutien

		Exemple de problème	Exemple de verbalisation
1 - Résoudre des problèmes multiplicatifs simples	Problèmes quaternaires multiplicatifs	Il me faut 8 fleurs pour confectionner un bouquet. Combien me faut-il de fleurs pour confectionner 4 bouquets ?	4 bouquets ont 4 fois plus de fleurs qu'un bouquet : $4 \times 8 = 32$
2- Utiliser la propriété de linéarité additive	Problèmes de 4 ^e proportionnelle utilisant la procédure de linéarité additive	500 g de chocolat coûtent 40 € et 200 g coûtent 16 €. Combien coûtent 700 g et 300 g de ce chocolat ?	500 g coûtent 40 € et 200 g coûtent 16 €. 700 g c'est les 500 g plus les 200 g, donc le prix pour 700 g est 56 €. $40 + 16 = 56$ 300 g = 500 g - 200 g, le prix pour 300 g est donc 24 €. $40 - 16 = 24$
3 - Utiliser la propriété de linéarité multiplicative	Problèmes de 4 ^e proportionnelle utilisant la procédure de linéarité multiplicative	15 kg de poires coutent 70 €. Combien coutent 7,5 kg de ces poires ? 60 kg de ces poires ?	15 kg coûtent 70 €. 7,5 kg c'est la moitié de 15 kg, le prix sera donc la moitié de 70 €. $70 : 2 = 35$. 60 kg c'est 4 fois plus que 15 kg, le prix sera donc 4 fois plus grand. $4 \times 70 = 280$
4 - Utiliser les propriétés de linéarité	Problèmes de 4 ^e proportionnelle utilisant une combinaison de procédures de linéarité	10 objets identiques coûtent 22 €. Combien coûtent 15 de ces objets ?	10 objets coûtent 22 € : 5 objets vont coûter 2 fois moins soit la moitié de 22 € soit 11 €. Comme 10 objets et 5 objets font 15 objets alors les 15 objets coûtent : $22 € + 11 € = 33€$
5 - Utiliser le passage par l'unité	Problèmes de 4 ^e proportionnelle utilisant le passage par l'unité	À la garderie, il faut prévoir 80 centilitres de lait pour 5 enfants. Combien faut-il prévoir de cL pour 3 enfants ?	Pour 5 enfants, il faut 80 cL de lait. Pour 1 enfant, c'est 5 fois moins c'est à dire 5 fois moins que 80 centilitres, c'est 16 cL. $80 \text{ cL} \div 5 = 16 \text{ cL}$. Pour 3 enfants, c'est 3 fois plus que pour 1 enfant, c'est 48 cL. $3 \times 16 \text{ cL} = 48 \text{ cL}$.
6 - Reconnaître des situations de proportionnalité	Problèmes de proportionnalité et non proportionnels		
7 - Développer une expertise adaptative	Problèmes de 4 ^e proportionnelle divers		

- ✓ La **verbalisation** des procédures est essentielle, on veillera à utiliser les formulations telles que : fois plus, fois moins, moitié, double... afin de donner du sens.
- ✓ Une vigilance devra être apportée aux **nombres en jeu** dans les problèmes car ils induisent l'utilisation de certaines procédures plutôt que d'autres.
- ✓ Les problèmes doivent porter sur des grandeurs (**pas de nombres sans unité**).
- ✓ Développer une **expertise adaptative** qui permet à l'élève de choisir la procédure la plus efficace par rapport aux nombres en jeu.
- ✓ L'utilisation du **coefficient de proportionnalité et de la règle de trois** ne sont pas des attendus de fin de CM2 et ne seront donc pas travaillés a priori.
- ✓ Le **tableau de proportionnalité** ne doit pas être utilisé pour introduire la notion ou lors de l'institutionnalisation car il n'est pas porteur de sens, il risquerait au contraire d'inciter les élèves à appliquer des techniques sans comprendre ce qui est en jeu. Ce n'est qu'un outil de présentation des données.

4. Les outils

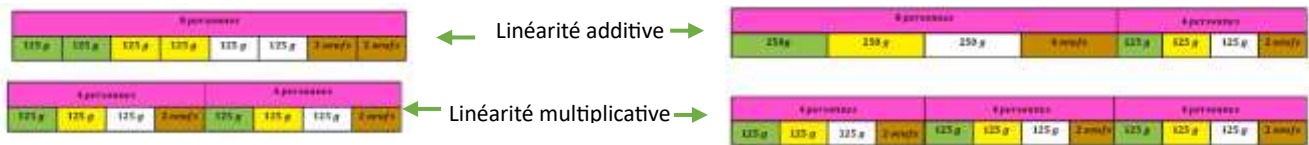
Le **schéma en barres** est un outil permettant de voir les relations entre les grandeurs et ainsi de donner du sens à la proportionnalité. C'est également un support d'explicitation des procédures et des calculs.

Exemple : Recette du quatre-quarts pour 8 personnes

250g de sucre ; 250g de beurre ; 250g de farine ; 4 œufs.

Combien faut-il de sucre pour 4 personnes ?

Combien faut-il d'œufs pour 12 personnes ?



5. Types d'erreurs et conceptions

- **L'élève utilise toujours la même procédure** : jouer sur la variable des nombres pour favoriser un type de procédure.
- **La proportion comme conservation de l'écart** :



Les élèves doivent comprendre qu'on ne peut ajouter que des grandeurs de même nature (cadre de la linéarité additive).

- **L'illusion de linéarité** : L'utilisation de la propriété de linéarité est parfois erronée sur des situations non proportionnelles : les élèves doivent apprendre à reconnaître des situations de proportionnalité.



- **Difficulté à identifier les relations entre les données** : utiliser des nombres avec des liens simples et évidents.

6. Comment aider à verbaliser ?

S'appuyer sur des **représentations figurées** comme le schéma en barre ou du **matériel de manipulation**.

Procéder à **une mise en commun** des différentes procédures utilisées par les élèves avec une **explicitation** par les élèves eux-mêmes à l'aide d'un visualiseur si possible. Faire utiliser le vocabulaire « fois plus/fois moins ».

7. Exemples d'exercices, de problèmes

Problèmes multiplicatifs simples :

Calcul mental : Un pas mesure 50 cm, combien mesurent 12 de **ces mêmes pas** ?

Tiago a fait 7 pots de confiture de 280 g de confiture chacun. Quelle masse de confiture a-t-il fabriquée ?

1 tablette de chocolat coûte 1,80 €. Combien coûtent 7 tablettes de ces chocolats ?

Problèmes nécessitant la procédure de linéarité additive :

Calcul mental : Si 4 kg d'oranges coûtent 3 € et 10 kg coûtent 7,50 €. Combien coûtent 14 kg de ces mêmes oranges ?

Deux stylos identiques coûtent 5 € et 3 de ces stylos coûtent 7,50 €. Combien coûtent 5 stylos ?

Avec 250 g de sucre, je fais 5 petits bonshommes de pain d'épice. Avec 400 g de sucre, je fais 8 de ces bonshommes. Combien de sucre faut-il pour faire 3 et pour 13 de ces bonshommes.

Problèmes nécessitant la procédure de linéarité multiplicative :

Calcul mental : On a rempli 4 boîtes identiques avec 24 œufs. Combien de ces boîtes pleines va-t-on utiliser pour ranger 42 œufs ?

Les cartes pokémon se vendent en paquet de 5 au prix de 1,30 €. Combien couteront 25 cartes ?

Au marché du François, un kilogramme d'oranges coûte 3,60 €. Combien paiera Emilie qui a acheté 250 g d'oranges ?

Problèmes nécessitant une combinaison de procédures de linéarité :

Pour 4 entrées à la piscine, Léa paie 14 €. Combien paiera-t-elle pour 10 entrées ?

24 repas servis au collège coûtent 96 €. Combien coûteront 18 repas ?

6 L d'huile d'olives coûtent 52,34 €. Quel est le prix de 9 L de cette même huile d'olives.

Problèmes nécessitant le passage par l'unité :

Calcul mental : Arthur a acheté 2 brioches et payé 3 €. Combien aurait-il payé pour l'achat de 7 de ces brioches ?

Le chien de Samir mange 270 g de croquettes en 3 jours. Quelle quantité de croquettes mange-t-il en 10 jours ?

1 lot de 10 cahiers coûte 12 €. Combien coûteraient 3 de ces cahiers ?

8. Evaluation :

Il est proposé aux élèves de résoudre les problèmes relevant de la proportionnalité qu'ils ont réalisés en début d'année lors de l'évaluation nationale de début de 6^e afin de mesurer leurs progrès.

La présentation pourra être modifiée (peut-être ne pas proposer systématiquement un QCM).

1/ Lors de son anniversaire, Robin achète 15 bouteilles de jus de fruits de 0,33 L chacune. Une bouteille coûte 0,76 €. Un des calculs ci-dessous permet de trouver le nombre total de litres de jus de fruits.

Lequel ?

- $15 + 0,33 + 0,76$ $15 \times 0,33$
 $15 \times 0,33 \times 0,76$ $15 \times 0,76$

5/ Dans une recette, pour faire un gâteau au chocolat pour 8 personnes, il faut 4 œufs.

Combien dois-je prévoir d'œufs pour 24 personnes ?

- 12 24 28 32

11/ Sur une carte, 1 cm représente 4 km dans la réalité.

Trouver la distance dans la réalité d'un segment de 10 cm sur le plan.

- 0,4 km 4 km 40 km 400 km

3/ Dans la même boulangerie :

- 3 pains au chocolat coûtent 4,20€.
- 2 pains au chocolat coûtent 2,80€.

Parmi les opérations suivantes, une seule permet de trouver le prix de 5 pains au chocolat.

Laquelle ?

- $4,20 \text{ €} + 2 \text{ €}$ $4,20 \text{ €} \times 2,80 \text{ €}$
 $4,20 \text{ €} + 2,80 \text{ €}$ $4,20 \text{ €} \times 2 \text{ €}$

7/ Matthieu a trois fois moins de jeux vidéo que Julie. Matthieu a 12 jeux vidéo.

Combien de jeux a Julie ?

- 15 36 4 9

12/ Une voiture roule à vitesse constante. Elle parcourt 80 km en une heure.

Quelle distance parcourt-elle en un quart d'heure ?

- 20 km 40 km 60 km 80 km