



L'heure hebdomadaire en 6^e

Fiche disciplinaire - Mathématiques

Séance de soutien - Fiche Professeur

Session : Comprendre et savoir utiliser des fractions

Fractions pour partager

Séances 1 et 2

Domaines

Ces deux séances, intégrées dans la session de soutien : comprendre et savoir utiliser des fractions, mobilisent des connaissances et des compétences des domaines « Nombres et calculs » et « Grandeurs et mesures ».

- **Nombres et calculs** : « Les fractions, comme les nombres décimaux, apparaissent comme des nouveaux nombres, introduits pour pallier l'insuffisance des nombres entiers, notamment pour mesurer et calculer des grandeurs géométriques : longueurs, aires, volumes, angles. »
- **Grandeurs et mesures** : « Mesurer une grandeur consiste à déterminer, après avoir choisi une unité, combien d'unités ou de fractionnements de l'unité sont contenus dans cette grandeur, pour lui associer un nombre entier ou non. »

La compréhension des fractions est utile dans la vie quotidienne (respect des proportions, comparaisons de prix, calculs de pourcentages, etc.) et pour le développement des compétences algébriques.

Compétences mathématiques

Dans ces séances, les tâches proposées participent essentiellement à la construction des compétences mathématiques « Chercher », « Modéliser », « Représenter » et « Communiquer ».

Références aux attendus de fin de CM2 et 6^e/repères de progression

- Manipuler les fractions.
- Utiliser des fractions pour rendre compte de partages de grandeurs ou de mesures de grandeurs.
- Utiliser et représenter des fractions simples.
- Donner progressivement aux fractions le statut de nombre.
- Connaître diverses désignations des fractions : orales, écrites et décompositions additives et multiplicatives.
- Positionner sur une droite graduée.
- Connaître des égalités entre des fractions usuelles.
- Ajouter des fractions de même dénominateur.

Objectifs

Les élèves seront capables après ces deux séances :

- **de rendre compte d'un partage de grandeurs** qui s'exprimera avec une fraction simple ;
- **d'ajouter deux fractions simples** de même dénominateur ;
- **de connaître des égalités entre des fractions** usuelles.

Les activités proposées pendant la session de soutien : « Comprendre et savoir utiliser des fractions », visent à rendre explicites les sens multiples d'une fraction (partie d'un tout ou d'une collection, quotient, nombre, opérateur...) et ses différentes représentations. À cette fin, des « cartes d'identité » des fractions utilisées seront rédigées lors de ces activités.

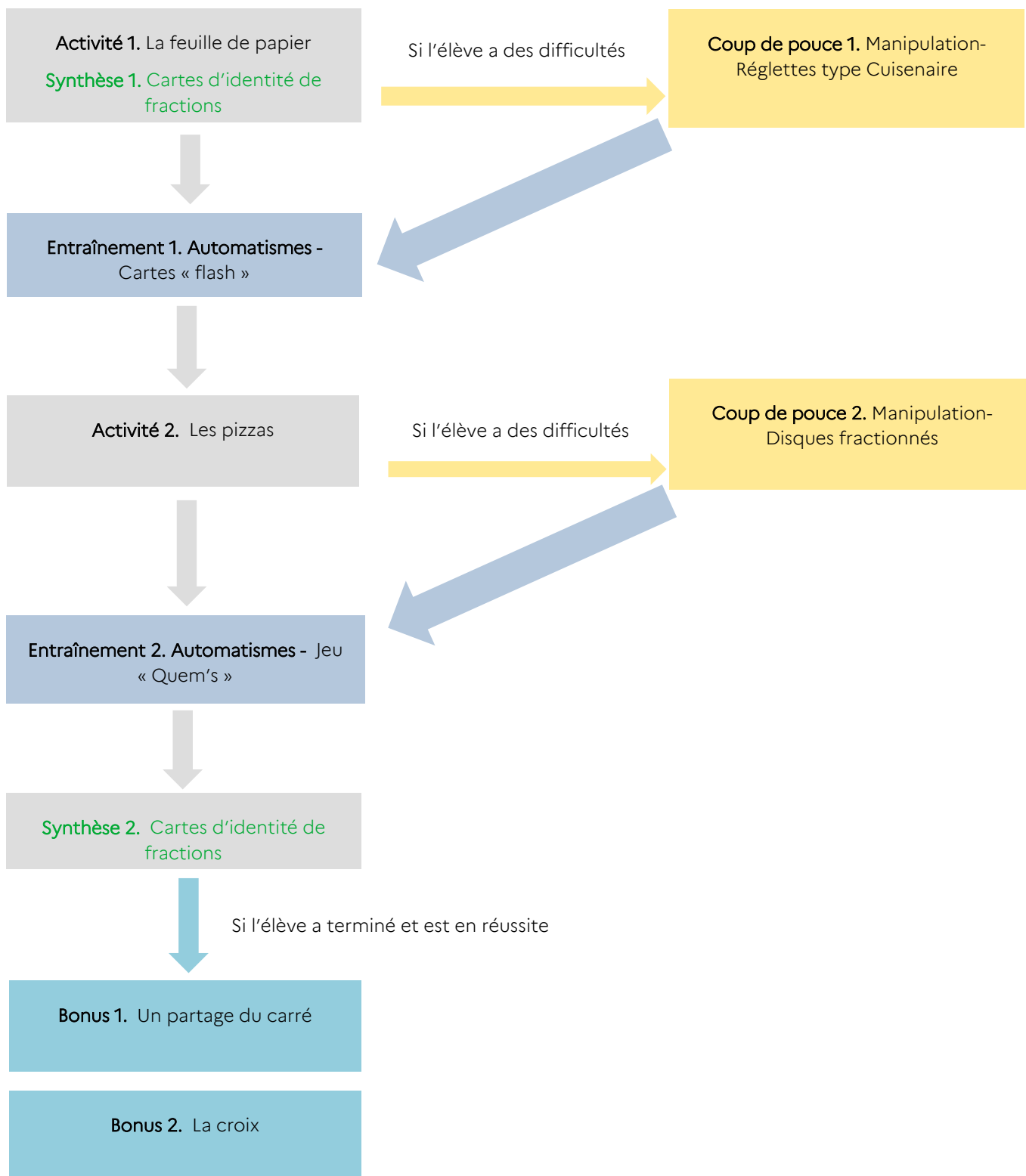
Déroulé des deux séances

Pour chaque activité proposée, les élèves sont invités à s'autoévaluer en se positionnant sur la perception de leur degré de réussite qui est confirmée ou infirmée par le professeur. Ce retour d'information permet au professeur d'assurer l'accompagnement et le suivi des progrès des élèves et participe également à construire chez eux l'engagement, la motivation et l'autonomie.

- Positionnement 1 : « Je suis capable de refaire ce travail sans aide. »
- Positionnement 2 : « J'ai besoin d'une aide pour effectuer ce travail. »
- Positionnement 3 : « J'ai besoin d'être accompagné tout au long de ce travail. »

En fonction du positionnement de l'élève, un parcours fléché (voir le schéma suivant) lui est proposé permettant ainsi une gestion plus fine des difficultés des élèves, plus ou moins soutenus selon leurs besoins initiaux, notamment par des manipulations; les durées du tableau ci-après sont données à titre indicatif et il conviendra de les ajuster en fonction des besoins des élèves du groupe de soutien.

Schéma du parcours fléché

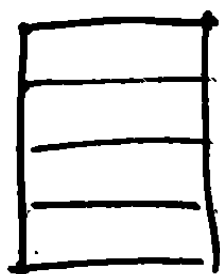


<p>Activité 1. La feuille de papier</p>	<p>Activité 1. Associer une fraction à un partage en aires égales</p>	<p>Travail individuel sous la supervision du professeur qui accompagne individuellement les élèves repérés en très grande difficulté. Lors de la correction, faire verbaliser les élèves : égalité d'aire des 4 rectangles, écritures du type : $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 3 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$</p>
	<p>Coup de pouce 1</p>	<p>Manipulation- Réglettes type Cuisenaire</p>
	<p>Synthèse 1. Les cartes d'identité de fractions</p>	<p>La synthèse porte d'abord sur les cartes « un quart » et « trois quarts ».</p> <p>Carte d'identité de la fraction « un quart »</p> <p>1 nous indique le nombre de parts de la partie colorée. 4 nous indique le nombre de parts du tout.</p> <p>DISQUE Le tout est l'aire du disque. L'aire de la partie colorée est $\frac{1}{4}$ de l'aire du disque.</p> <p>RECTANGLE Le tout est la longueur de la bande. La longueur de la bande colorée est $\frac{1}{4}$ de la longueur totale.</p> <p>JETONS Le tout, c'est les douze jetons. Le nombre de jetons colorés est $\frac{1}{4}$ du nombre total de jetons.</p> <p>DEMI-DROITE GRADUÉE</p> <p>$1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 4 \times \frac{1}{4} = \frac{4}{4}$ $1 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4}$ $\frac{1}{4} < \frac{1}{2}$</p> <p>D'autres cartes pourront être élaborées</p>
<p>Entraînement 1. Cartes « flash »</p>	<p>Travail individuel autonome, sous la supervision et l'aide si besoin du professeur : associer partages et fractions.</p>	
<p>Activité 2. Les pizzas</p>	<p>Activité 2. Fraction plus grande que l'unité</p>	<p>Travail individuel sous la supervision du professeur qui accompagne individuellement les élèves repérés en très grande difficulté. Lors de la correction en groupe entier, faire verbaliser les élèves, en portant l'attention des élèves sur l'unité considérée.</p>
	<p>Coup de pouce 2</p>	<p>Pour les élèves en difficulté sur l'activité 2, avant de passer à la suite, travail en sous-groupe accompagné par le professeur.</p>
	<p>Entraînement 2 Jeu Quem's</p>	<p>Travail par binôme sur les différentes représentations d'une fraction.</p>
<p>Synthèse 2. Carte d'identité d'une fraction</p>	<p>Travail individuel sous la supervision du professeur. Élaborer la carte d'identité d'une fraction de son choix plus petite ou plus grande que 1. Les productions des élèves pourront alors être affichées dans la salle de classe</p>	
<p>Bonus 1. Un partage du carré</p>	<p>Activité supplémentaire sur l'égalité de fractions</p>	<p>Travail individuel, puis travail collaboratif avec confrontation des résultats trouvés par petits groupes. Explication des écritures du type : $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ et en faisant verbaliser les élèves sur le fait qu'on a 2 fois plus de parts égales qui sont toutes, deux fois plus petites.</p>
<p>Bonus 2. La croix</p>	<p>Activité supplémentaire sur les calculs avec des fractions</p>	<p>Travail individuel, puis travail collaboratif avec confrontation des résultats trouvés par petits groupes. Explication des écritures du type $\frac{5}{9} + \frac{4}{9} = 1$ qui modélisent la situation. On pourra remarquer que l'aire de la croix est plus petite que celle du carré, alors que leurs périmètres sont égaux.</p>

Activités proposées

Activité 1. La feuille de papier - Associer une fraction à un partage en aires égales

J'ai plié une feuille 2 fois pour donner le partage indiqué par le dessin ci-dessous.



Consignes

1. Réalise ce pliage avec une feuille ou une bande de papier.
2. En combien de rectangles de même aire la feuille a-t-elle été partagée ? Combien de fois l'aire de la feuille est-elle plus grande que l'aire d'un rectangle ? Quelle fraction représente alors l'aire d'un rectangle par rapport à l'aire de la feuille ?
3. Partage en pliant autrement la feuille en 4 parties identiques et représente le pliage obtenu.
4. Compare les formes et les aires des parties obtenues lors des deux pliages.
5. Colorie la surface de trois rectangles. Quelle fraction représente l'aire coloriée par rapport à l'aire de la feuille ?

Objectifs d'apprentissage

Dans cette activité, il s'agit d'apprendre à **associer une fraction à un partage** d'un tout en aires égales. Les deux partages proposés visent à faire comprendre que c'est le nombre de parts égales qui importe et non leur forme.

On réactive la dénomination de ces parts (un quart) et leur écriture symbolique : $\frac{1}{4}$. Les élèves sont invités à verbaliser pour donner du sens : l'aire totale, l'unité, le partage en quatre parts de même aire.

Pour les trois rectangles, la dénomination « trois quarts » traduit bien le fait qu'on a trois parts, chacune étant « un quart ». Cela doit donner du sens aux égalités de différentes écritures symboliques : $\frac{3}{4} = 3 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$

Il s'agit donc dans cette activité de s'appuyer à la fois sur la matérialisation des parts issues de l'expérience mais aussi sur le langage usuel, en les faisant interagir.

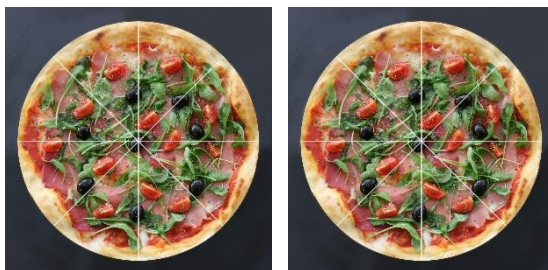
Ce sera aussi l'occasion pour les élèves d'écrire le tout de façons multiples et d'explicitier ainsi la compréhension intuitive des principes fondamentaux de l'arithmétique :

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1 \quad ; \quad 4 \times \frac{1}{4} = 1 \quad ; \quad \frac{4}{4} = 1$$

Les différentes représentations d'un même nombre présentes dans cette activité doivent donc pouvoir soutenir et développer la compréhension de la notion de fraction ; il s'agit en effet que les élèves considèrent les mathématiques, à travers ce type de tâches, comme l'opportunité de construire des concepts dont ils auront besoin pour raisonner.

Activité 2. Les pizzas - Fraction plus grande que l'unité

Ces deux pizzas représentées ci-dessous ont été coupées en 8 parts égales.



Consignes

1. Quelle fraction de l'aire d'une pizza représente une part de pizza ?
2. Si trois parts de pizzas ont été mangées, quelle fraction de l'aire d'une pizza représente l'aire de ces trois parts ? Quelle fraction de l'aire de la pizza, représente l'aire des parts restantes de la pizza entamée ?
3. Quelle fraction de l'aire d'une pizza représente l'aire de 9 parts de pizzas ?
4. Pour le dessert, Emma qui a apporté un gâteau, le partage en parts égales. Lucas qui a mangé 2 parts de gâteau dit : « Tu as vu, j'ai mangé le tiers du gâteau ! ». À votre avis, en combien de parts le gâteau avait-il été partagé par Emma ?

Objectifs d'apprentissage

L'activité proposée permet de donner du sens à une fraction dont le numérateur est supérieur au dénominateur. Il s'agit dans la continuité des objectifs d'apprentissage de l'activité 1, d'ajouter des fractions unitaires de même dénominateur : $\frac{9}{8} = 9 \times \frac{1}{8} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$

On sait que la compréhension de la fraction $\frac{a}{b}$, lorsqu'elle est plus grande que 1, est une difficulté importante pour les élèves. Le point de vigilance ici concerne les limites de l'approche de la notion de fraction (lorsqu'elle est plus grande que 1) à partir de l'interprétation de la partie rapportée au tout.

Le travail sur les écritures symboliques modélisant la situation et rappelé précédemment permet de lever cette difficulté ; addition, soustraction, expression fractionnaire de l'unité, décomposition, etc.

$\frac{8}{8} = 1$ constitue également un obstacle qu'il convient de mettre en lien avec l'écriture $\frac{4}{4} = 1$ de l'activité 1 pour ensuite pouvoir écrire $\frac{9}{8} = 1 + \frac{1}{8}$.

Le travail demandé sert donc de point d'appui et de référence à un travail sur l'addition et la soustraction de fractions de même dénominateur et également sur les différentes expressions fractionnaires de l'unité : $\frac{3}{8} = 3 \times \frac{1}{8} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$; $\frac{5}{8} = 5 \times \frac{1}{8} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$; $\frac{3}{8} + \frac{5}{8} = 1$;

$$\frac{5}{8} = \frac{8}{8} - \frac{3}{8} = 1 - \frac{3}{8} ; \text{etc.}$$

Cette activité permet également de travailler la comparaison d'une fraction par rapport à l'unité, l'encadrement d'une fraction entre deux entiers consécutifs ainsi que l'écriture d'une fraction comme la somme d'un entier et d'une fraction plus petite que 1.

Erreurs ou difficultés attendues et pistes de remédiation associées

- **Difficulté liée à la compréhension du concept d'unité.** Il est important de matérialiser cette unité afin que l'élève puisse se la représenter, la manipuler et la partager. La variation des supports que constitue le champ des grandeurs permet d'asseoir la compréhension de la notion abstraite d'unité. Pour cette compréhension, il est très important de confronter les élèves à des fractions plus petites et plus grandes que l'unité et de clarifier pour l'élève le lien entre l'unité initiale avec celle qui a été définie implicitement pour compter le nombre de parts. Repérer l'unité est donc essentiel, comprendre que le choix de l'unité modifie la fraction aussi. Il est important de prendre des exemples où le tout consiste en plus d'un élément. Pour bien asseoir la compréhension de fraction, il est essentiel de ne pas la limiter à un modèle mental tel que « $\frac{a}{b}$ veut dire : prendre a parties parmi b parties égales, d'un tout », mais d'élargir l'interprétation de $\frac{a}{b}$ comme « a copies ou itérations de la fraction unitaire ».
- **Obstacle lié aux conventions d'écriture.** La succession des nouvelles conventions d'écriture, nombre entier, nombre décimal, fraction, constitue une difficulté pour certains élèves. L'appropriation et la compréhension de cette nouvelle écriture composée d'un numérateur et d'un dénominateur sont des enjeux de ces séances de soutien. Le choix de la contextualisation dans le domaine des partages de grandeurs permet aux élèves de se construire des images mentales de la notion de fraction et de s'approprier l'écriture symbolique de la fraction en s'appuyant sur le sens de la fraction comme la partie d'un tout, éventuellement itérée. Ces aller-retours de changements de cadre, écriture symbolique, partage de la grandeur géométrique sont propices à l'ancrage de l'écriture symbolique.
- **Difficulté conceptuelle relevant de l'extension des propriétés des nombres entiers aux fractions.** Ces séances de soutien devront permettre de traiter les erreurs typiques liées à un usage erroné des « règles » de calcul du type : $\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{4}{8}$ et $\frac{1}{3} \times 2 = \frac{2}{6}$, où les règles de calculs des nombres entiers sont étendues aux fractions. Les changements de cadre mis en œuvre dans ces séances de soutien permettront aussi d'établir que ces égalités sont fausses.

Différenciation

À titre d'exemple, les items du test spécifique de l'évaluation nationale donnent des indicateurs pour identifier les élèves devant consolider la capacité à associer une fraction à un partage d'un tout en aires égales au travers de l'activité « la feuille de papier ».

12/

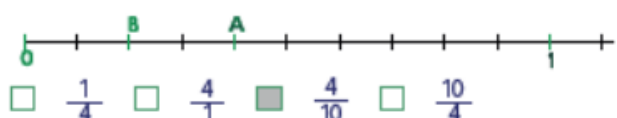


On a colorié les...

$\frac{3}{4}$ de la figure $\frac{3}{7}$ de la figure

$\frac{4}{4}$ de la figure $\frac{4}{7}$ de la figure

9/ Quelle fraction correspond au point A ?



Le parcours fléché proposé permet une différenciation, à la fois pour les élèves les plus en difficulté avec les différents étayages mais aussi pour les élèves plus en réussite qui pourront se confronter aux bonus 1 et 2.

Lorsque les élèves travaillent en groupe entier, ou en sous-groupe, l'importance de la verbalisation pour décrire les différents partages et les écritures symboliques de la fraction ou des calculs en lien avec ce symbolisme est à souligner dans cette mise en œuvre de la différenciation.

Trace écrite

Chaque élève possède un cahier sur lequel il travaille pour répondre aux différentes activités. Il s'agira de coller tous les documents, en particulier les synthèses- carte d'identité des fractions et de mettre en valeur la progression du travail de l'élève.

Articulation avec le cours de mathématiques en classe entière et avec d'autres cours

Le travail à partir de partages de grandeurs vise à renforcer en classe entière l'accès à l'attendu du programme concernant la définition d'une fraction, laquelle est difficile à appréhender pour les élèves : la fraction $\frac{a}{b}$ est le nombre qui multiplié par b donne a, où a et b sont deux nombres entiers naturels, avec b non nul.

Cet accès à cette compréhension sera facilité par une figuration dans le cadre des partages de grandeurs mené dans ces heures de soutien.

Par exemple :

$$\frac{1}{3} \times 3 = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1 \text{ et } \frac{2}{3} \times 3 = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\right) \times 3 = \frac{1}{3} \times 3 + \frac{1}{3} \times 3 = 1 + 1 = 2.$$

Ressources des activités

Les situations proposées lors de ce parcours fléché proviennent ou sont inspirées des travaux de [l'institut de recherche pour l'enseignement des mathématiques](#) (IREM) de Poitiers qui mène une recherche sur l'enseignement des mathématiques à partir des grandeurs.

L'ensemble des activités est proposé dans un document en annexe.

Ressources complémentaires

- Extrait de la note du CSEN : « [De la multiplication aux fractions : réconcilier intuition et sens mathématique](#) »

« Donner du sens aux nombres rationnels constitue un objectif important de l'enseignement des mathématiques au collège. Les études ont identifié des conceptions dont les élèves devraient faire l'expérience au cycle 3 pour saisir tout l'éventail de ce que certains appellent les « saveurs » des nombres rationnels.

Par exemple $\frac{3}{4}$:

– La notion de « partie d'un tout » pour laquelle la fraction $\frac{3}{4}$ c'est donc 3 parties de 4 parties égales d'un tout.

– La notion de « fraction comme un nombre » et donc représenté comme un point sur la droite numérique. Le point représentant la fraction $\frac{3}{4}$ est alors situé à $\frac{3}{4}$ de la distance de 0 à 1.

– La notion de « partie d'un ensemble ». La fraction $\frac{3}{4}$ désigne par exemple la part des filles dans un groupe de 15 filles et 5 garçons.

– La notion de « fraction comme division » : l'action de diviser un tout et le résultat de la division ; la fraction $\frac{3}{4}$ s'applique dans ce cas au partage équitable de 3 tartes entre 4 personnes. Elle exprime également la part reçue par chacun, ou le quotient de la division. La notion de « fraction comme opérateur » émerge dans de tels exemples en parlant du quotient comme « $\frac{1}{4}$ de 3. »

- Document Eduscol : « [Fractions et nombres décimaux au cycle 3](#) »