

ÉNIGME DU JOUR
NIVEAU : 3^{ÈME}
NOMBRES PREMIERS



Petru prétend que si un nombre entier naturel n est premier, alors le nombre $2^n - 1$ est également premier.

A-t-il raison ?



ÉLÉMENTS DE RÉPONSE

Observons le résultat de $2^n - 1$ pour $n = 2$ puis $n = 3$...etc...

Si	$n = 2$	alors	$2^n - 1 = 2^2 - 1 = 3$	3 est premier.
Si	$n = 3$	alors	$2^n - 1 = 2^3 - 1 = 7$	7 est premier.
Si	$n = 5$	alors	$2^n - 1 = 2^5 - 1 = 31$	31 est premier.
Si	$n = 7$	alors	$2^n - 1 = 2^7 - 1 = 127$	

127 est-il premier ?

Il n'est pas pair, donc non divisible par 2.

$1 + 2 + 7 = 10$ qui n'est pas multiple de 3 ; donc 127 n'est pas divisible par 3.

Il se termine par 7. Il n'est donc pas divisible ni par 5 ni par 10.

$127 = 7 \times 18 + 1$ donc 127 n'est pas divisible par 7.

$121 = 11^2$ et $132 = 11 \times 12$. $121 < 127 < 132$. Donc 121 n'est pas divisible par 11.

On en déduit que 127 est un nombre premier.

Si	$n = 11$	alors	$2^n - 1 = 2^{11} - 1 = 2\,047$
----	----------	-------	---------------------------------

2 047 est-il premier ?

$2\,047 = 23 \times 89$ donc 2 047 n'est pas premier.

Petru a tort